

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

جدول شناسنامه اثر	
کد آموزش	۳۱۳-۰۰۱-۰۰۴
عنوان اثر	آموزش استاتیک (Statics) – تعادل بخش اول
تالیف	گروه مهندسی سیویل ژئوتک (civilgeotech)
گردآورنده	مهندس سید محمد صادق آل محمد
آدرس سایت	https://civilgeotech.ir/
ایمیل	info@civilgeotech.ir
نوع	فایل pdf
تعداد کل صفحات	۹ صفحه
فرهیخته گرامی:	
بازنشر این فایل باعث تضییع حقوق مادی و معنوی سایت سیویل ژئوتک خواهد شد و کپی بخش یا تمام این اثر شرعا و قانونا حرام و ممنوع است.	
لطفا فایل این آموزش را از سایت اصلی ما دریافت کنید.	

CIVILGEOTECH

فهرست مطالب

تعدادل بخش اول	۲
۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند	۲
۲- رسم دیاگرام جسم آزاد	۲
۲-۱- تکیه‌گاه و عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی	۲
۲-۲- گام‌های رسم نمودار جسم آزاد	۴
۳- شرایط تعادل (Stability-Equilibrium)	۶
۳-۱- معادلات تعادل	۶
۳-۲- حالات مختلف تعادل یک جسم	۶
۳-۳- ترکیب‌های جایگزین برای حالت‌های مختلف معادلات تعادل	۷
۴- مراجع	۸



تبادل بخش اول

۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند...

در این آموزش ابتدا شیوه رسم دیاگرام جسم آزاد را شرح خواهیم داد. در ادامه بحث نیرو شرایط تعادل جسم را بررسی خواهیم کرد. در آموزش تعادل بخش دوم نیز به شرح مباحث قیدهای تکیه‌گاهی، معین و نامعین استاتیکی خواهیم پرداخت. در نهایت نیز نمونه مسائل حل خواهند شد.

۲- رسم دیاگرام جسم آزاد

دیاگرام جسم آزاد، طرح ساده‌ای است از جسم یا مجموعه‌ای از اجسام منزوی شده، که در آن نیرو و یا نیروهایی که اجسام پیرامونی حذف شده بر جسم وارد می‌کنند نشان داده شده است. هدف از رسم دیاگرام جسم آزاد این است که جسم یا مجموعه‌ای از اجسام (سازه یا اجزا سازه‌ای) را از اجسام در تماس با آن‌ها جدا (منزوی) کنیم و نیروهایی که بر آن جسم یا مجموعه اجسام از طرف اجسام حذف شده وارد می‌شود را نشان دهیم.

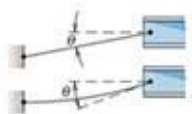
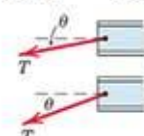
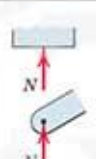
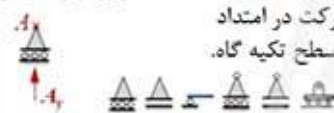
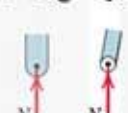
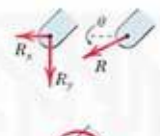
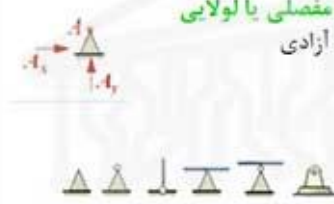
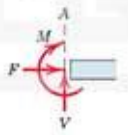
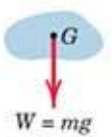
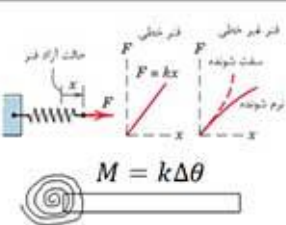
قبل از رسم دیاگرام جسم آزاد باید ابتدا مشخصه‌های اصلی نیرو را بررسی نمود. در یک دسته‌بندی می‌توان نیروها را به دو دسته نیروهای تماسی و حجمی تقسیم نمود. نیروهای تماسی از تماس فیزیکی مستقیم دو جسم حاصل می‌شوند. مانند نیروهای وارد بر یک جسم از طرف سطح تکیه‌گاه. نیروهای حجمی از قرار گرفتن جسم در یک میدان نیرو حاصل می‌شوند. مانند وزن اجسام. در دسته‌بندی دیگری می‌توان نیروها را به دو دسته نیروهای متمرکز و نیروهای گسترده تقسیم نمود. نیروهای متمرکز از عمل نیرو بر یک نقطه حاصل می‌شوند. اما نیروهای گسترده از عمل نیرو بر یک خط، سطح و یا یک حجم حاصل می‌شوند. در نوع دیگر دسته‌بندی نیروها به دو دسته نیروهای عمل (کنش) و نیروهای عکس‌العمل (واکنش) تقسیم می‌شوند. نیروهای عمل نیروهایی هستند که تمایل به حرکت جسم دارند و نیروهای عکس‌العمل نیروهایی هستند که باعث تعادل جسم می‌شوند.

۲-۱- تکیه‌گاه و عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

محلی که جسم یا سازه به آن اتکا می‌کند و در آن نیروهای عکس‌العمل به سازه اعمال می‌شود را تکیه‌گاه گوئیم. نیرویی که از تکیه‌گاه‌ها به جسم وارد می‌شود و تعادل جسم را حفظ می‌کند نیروی عکس‌العمل نامیده می‌شود.

در شکل زیر شیوه‌های اعمال نیرو به سیستم‌های مکانیکی در تحلیل دو بعدی را نشان داده شده است. در هر مورد نیروی وارد از طرف اجسام پیرامونی به جسمی که قصد جداسازی آن را داریم نشان داده شده است. باید در نمایش نیروها به دقت قانون سوم نیوتن که بیان می‌کند یک نیروی عکس‌العمل هم‌اندازه و مخالف برای هر نیرو وجود دارد، رعایت شود.



نوع تماس و عوامل مولد نیرو	اثر وارد بر جسم	در عمران
کابل انعطاف پذیر-تسمه-زنجیر-طناب وزن کابل قابل چشم پوشی است.  وزن کابل قابل چشم پوشی نیست. 	به صورت یک نیروی کششی در راستای کابل 	کابل به صورت یک نیروی کششی در راستای کابل
سطح صاف به صورت ایده آل هیچ سطحی به صورت واقعی کاملاً صاف نیست. 	یک نیروی فشاری و در راستای عمود بر سطح 	-
سطح زبر 	علاوه بر نیروی عمود بر سطح N قادر به تحمل نیروهای مماسی F نیز هستند. (اصطکاک) 	-
تکیه گاه غلتکی 	یک نیروی فشاری و عمود بر سطح تکیه گاه 	تکیه گاه غلتکی دارای دو درجه آزادی است. یکی چرخش و دیگری حرکت در امتداد مماس بر سطح تکیه گاه. 
طوقه های لغزنده بدون اصطکاک 	یک نیروی عمود بر سطح میله یا شیار راهنما 	تکیه گاه کشویی یک درجه آزادی 
اتصال پینی 	پینی که می تواند آزادانه بچرخد  پینی که نمی تواند آزادانه بچرخد 	تکیه گاه مفصلی یا لولایی یک درجه آزادی 
تکیه گاه ثابت 	قادر به تحمل یک نیروی محوری F یک بار عرضی یا برشی V و یک گویل خمشی M است. 	تکیه گاه گیردار صفر درجه آزادی ۳ مجهول عکس العمل تکیه گاهی 
جاذبه گرانشی 	$W = mg$ به مرکز ثقل جسم وارد می شود. 	جاذبه گرانشی $W = mg$ به مرکز ثقل جسم وارد می شود.
نیروی فنر 	اگر فنر کشیده شود- نیروی کششی اگر فنر فشرده شود- نیروی فشاری 	میراگر در تکیه گاه سازه (در درس زلزله مورد بحث قرار دارد)



در مورد ۱ از جدول بالا به علت انعطاف پذیر بودن کابل‌ها، توانایی مقاومت در برابر نیروهای خمشی، برشی و یا فشاری را ندارند. از این رو تنها نیرویی که می‌توانند به جسم وارد کنند یک نیروی کششی است که در راستای مماس بر کابل در نقطه اتصال آن به جسم وارد می‌شود.

در مورد ۲ از جدول بالا، دو جسم با سطوح صیقلی در تماس با یکدیگر هستند. نیروی وارد از طرف یک جسم بر دیگری در امتداد عمود بر مماس مشترک سطوح تماس و به صورت فشاری است. در عمل هیچ سطحی کاملاً صیقلی نیست اما از این فرض می‌توان در حل بسیاری از مسائل استفاده کرد.

در مورد ۳ از جدول بالا، دو جسم با سطوح زبر در تماس با یکدیگر هستند. نیروی تماسی لزوماً در امتداد عمود بر مماس مشترک سطوح تماس نیست و می‌توان آن را به یک مؤلفه مماسی یا اصطکاکی F و یک مؤلفه عمودی N تجزیه کرد.

در مورد ۴ از جدول بالا، برخی از انواع تکیه‌گاه‌هایی که تا حد زیادی موجب حذف نیروهای اصطکاکی مماسی می‌شوند. را نشان می‌دهد. در اینگونه موارد، عکس‌العمل برآیند عمود بر سطح تکیه‌گاهی است.

در مورد ۵ از جدول بالا، به علت نبود اصطکاک، هیچ نیروی مقاومی به موازات میله یا شیار وجود ندارد.

در مورد ۶ از جدول بالا، این نوع اتصالات می‌توانند نیرو را در هر راستای عمود بر محور پین تحمل کنند. اثر نیروهای عکس‌العمل در پین‌ها را معمولاً به صورت دو مؤلفه متعامد نمایش می‌دهیم. جهت صحیح مؤلفه‌ها بستگی به نحوه بارگذاری بر روی عضو متصل به پین دارد. اگر نتوانیم جهت صحیح مؤلفه‌های عکس‌العمل را تعیین کنیم یک جهت را فرض می‌کنیم و بر مبنای جهت‌های فرضی معادلات تعادل را می‌نویسیم اگر پس از حل معادلات تعادل علامت مؤلفه مورد نظر مثبت باشد، یعنی جهت فرضی صحیح می‌باشد و اگر علامت آن منفی باشد، یعنی جهت انتخابی در خلاف جهت واقعی است.

در مورد ۷ از جدول بالا، جهت عکس‌العمل‌ها و کوپل خمشی در مسئله به نحوه بارگذاری بر روی عضو بستگی دارد.

در مورد ۸ از جدول بالا، اثر جاذبه گرانشی را به عنوان یکی از متداولترین نیروها نشان می‌دهد. برآیند نیروهای گرانشی وارد بر تمامی ذرات جسم برابر با وزن جسم $W = mg$ است. این نیروی برآیند از مرکز جرم جسم G می‌گذرد و جهت آن برای اجسامی که در سطح زمین قرار دارند به سمت مرکز زمین است.

در مورد ۹ از جدول بالا، نیرویی که توسط یک فنر خطی در حالت کشش یا فشار وارد می‌شود از معادله $F=kx$ بدست می‌آید. K سختی فنر و x تغییر طول آن نسبت به حالت آزاد است.

۲-۲- گام‌های رسم نمودار جسم آزاد

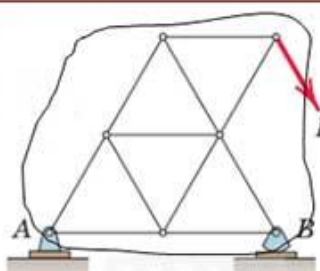
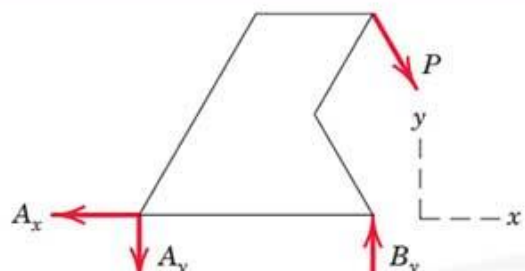
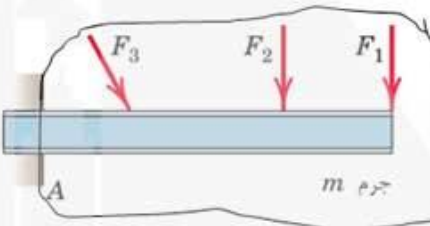
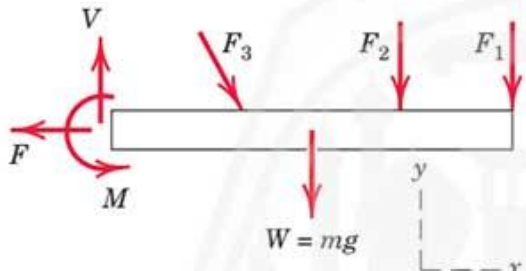
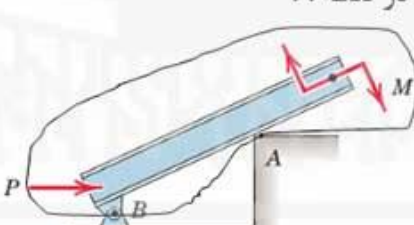
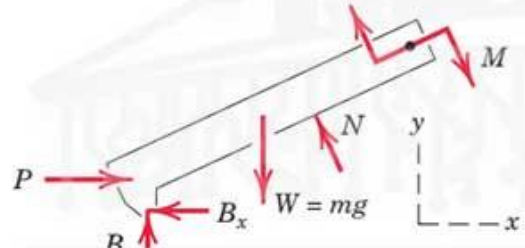
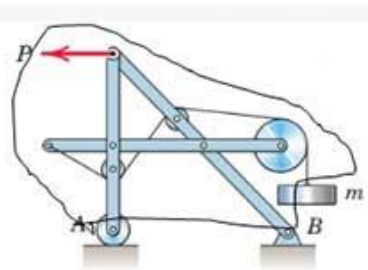
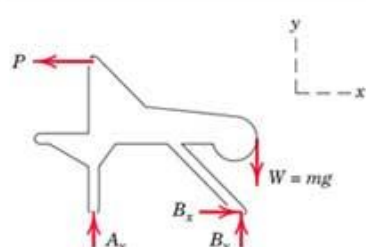
گام اول: انتخاب جسم یا مجموعه جسمی که قرار است منزوی شود (با توجه به مجهولات)

گام دوم: منزوی کردن جسم انتخابی (جداکردن آن و حذف سایر اجسام پیرامونی) (یک نقطه روی مرز خارجی انتخاب شده و با رسم خط ممتد به محل اول بر می‌گردیم)

گام سوم: اعمال نیروها بر جسم (نیروهایی که از طرف اجسام حذف شده بر جسم مورد نظر وارد می‌شوند) (نیروهای وارده را در نظر می‌گیریم نه واکنش‌ها) (از نیروهای قابل چشم‌پوشی مثل وزن صرف نظر کرد) (در صورتی که جهت یک نیرو مشخص نبود جهت را فرض می‌کنیم در صورتی که پاسخ منفی شد جهت برعکس درست بوده است).

گام چهارم: مشخص کردن دستگاه مختصات مناسب.

در جدول زیر نمونه مثال‌هایی برای رسم دیاگرام آزاد جسم آورده شده است.

سیستم مکانیکی	دیاگرام جسم آزاد بخش جدا شده از سیستم
خرپای دوبعدی (از وزن صرف نظر شده) 	
تیر یک سر گیردار 	
تیر تماس بدون اصطکاک در نقطه A با جرم M 	
مجموعه‌ای صلب از عضوهای به هم پیوسته در حکم یک سیستم واحد صرف نظر از جرم 	نیروهای داخلی را نمی‌آوریم 



۳- شرایط تعادل (Stability-Equilibrium)

۳-۱- معادلات تعادل

اگر یک جسم در حال تعادل باشد برآیند تمامی نیروها و گشتاورهای وارد بر آن صفر است. بنابراین معادلات تعادل به صورت زیر خواهد بود:

معادلات تعادل یک ذره در حالت دو بعد:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

معادلات تعادل یک ذره در حالت سه بعد:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \end{cases}$$

معادلات تعادل جسم در حالت دو بعد:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \quad \Sigma M_o = 0$$

معادلات تعادل جسم در حالت سه بعد:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \end{cases} \quad \Sigma M = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma M_x = 0 \\ \Sigma M_y = 0 \\ \Sigma M_z = 0 \end{cases}$$

این شرایط لازم و کافی برای تعادل هستند. لازمند زیرا اگر برقرار نباشند توازن نیروها یا گشتاورها وجود نخواهد داشت. کافی هستند زیرا اگر برقرار باشند هیچ گونه عدم توازن وجود نخواهد داشت.

۳-۲- حالات مختلف تعادل یک جسم

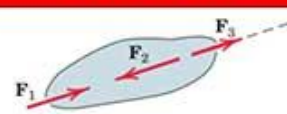
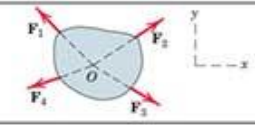
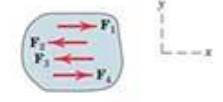
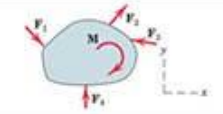
در جدول زیر ترکیب‌های مختلف سیستم‌های نیرو، وارد به اجسام دو بعدی در چهار نوع سیستم مختلف تقسیم بندی شده است.

(۱) تعادل نیروهای همراستا تنها نیازمند یک معادله تعادل در راستای این نیروها است. زیرا سایر معادلات خود به خود برقرارند.

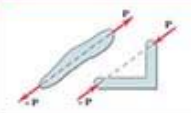
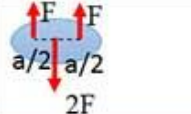
(۲) تعادل نیروهای هم‌مرس در نقطه‌ای مانند O، تنها نیازمند دو معادله تعادل است. زیرا گشتاور این نیروها نسبت به نقطه O برابر صفر است. به بیان دیگر معادله سوم خود به خود برقرار است. از آنجا که نیروهای وارد به یک ذره لزوماً از یک نقطه می‌گذرند، تعادل ذرات در این گروه جای می‌گیرد.

(۳) تعادل نیروهای موازی هم صفحه نیازمند یک معادله تعادل در راستای این نیروها و یک معادله گشتاور حول یک محور عمود بر صفحه نیروها است.

۴) تعادل یک سیستم کلی از نیروهای هم صفحه نیازمند دو معادله تعادل نیروها در صفحه X-Y و یک معادله گشتاور حول یک محور عمود بر صفحه نیروها است.

معادلات مستقل	دیاگرام جسم آزاد	سیستم نیروها
$\Sigma F_x = 0$		نیروهای هم راستا
$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$		نیروهای هم‌مرس (متقارب)
$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_z = 0$		نیروهای موازی
$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M_z = 0$		حالت کلی

در جدول زیر نیز شرایط تعادل برای عضوهای دو نیرویی و سه نیرویی بررسی شده است.

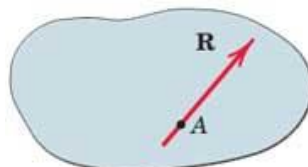
دیاگرام جسم آزاد	شرط تعادل	تعادل
	دو نیرو مساوی هم راستا و مختلف جهت باشند	تعادل یک عضو دو نیرویی
	سه نیرو متقارب (هم‌مرس) باشند، اگر متقارب نباشند یکی از نیروها گشتاوری حول نقطه تقاطع دو نیروی دیگر ایجاد می‌کند	تعادل یک عضو سه نیرویی
	اگر سه نیرو موازی باشند اندازه نیروها و فاصله آن‌ها به نحوی باشد که گشتاور حاصله صفر شود.	
	در این حالت چند ضلعی بسته نیروها را رسم می‌کنیم. جسم چند نیرویی را به جسم سه نیرویی تبدیل می‌کنیم (برآیند گیری)	

۳-۳- ترکیب‌های جایگزین برای حالت‌های مختلف معادلات تعادل

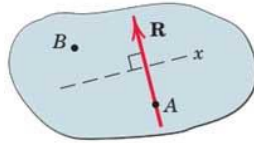
علاوه بر معادلات تعادل ذکر شده، دو روش دیگر برای بیان شرایط عمومی تعادل نیروها در دو بعد وجود دارد.

روش اول:

اگر $\Sigma M_A = 0$ (زمانی رخ می‌دهد که برآیند نیروها یا باید صفر باشد یا از نقطه A عبور کند.) باشد، برآیند نیروها در صورت وجود نمی‌تواند کوپل باشد بلکه باید نیروی R باشد که از نقطه A می‌گذرد.



اگر $\Sigma F_x = 0$ (زمانی رخ می‌دهد که مولفه بردار R در امتداد محور x صفر باشد. در واقع R یا صفر است یا بر x عمود می‌باشد.) باشد، نیروی برآیند R در صورت وجود علاوه بر اینکه باید از نقطه A بگذرد باید بر راستای x عمود باشد.



اگر $\Sigma M_B = 0$ (زمانی رخ می‌دهد که برآیند نیروها یا باید صفر باشد یا از نقطه B عبور کند.) باشد و B یک نقطه دلخواه باشد به گونه‌ای که پاره خط AB بر راستای x عمود نباشد.

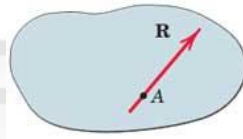
بنابراین در این حالت ترکیب جایگزین برای معادلات تعادل به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \Sigma M_A = 0 \\ \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma M_B = 0 \end{cases}$$

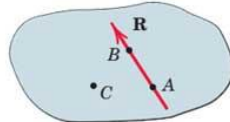
روش دوم:

با فرض اینکه A و B و C نقاط دلخواه باشند که روی یک راستا نباشند، داریم:

اگر $\Sigma M_A = 0$ باشد، برآیند نیروها یا باید صفر باشد یا از نقطه A عبور کند.



اگر $\Sigma M_B = 0$ باشد، برآیند نیروها یا باید صفر باشد یا از نقطه B عبور کند.



اگر $\Sigma M_C = 0$ باشد، باید نیروی برآیند برابر صفر باشد زیرا دیگر نمی‌تواند از C بگذرد.

بنابراین در این حالت ترکیب جایگزین برای معادلات تعادل به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \Sigma M_A = 0 \\ \Sigma M_B = 0 \\ \Sigma M_C = 0 \end{cases}$$

به عنوان یک نکته حتما باید ترکیب معادلات تعادل به گونه‌ای باشد که معادلات از یکدیگر مستقل باشند. زیرا در غیر اینصورت نتیجه بدیهی $0=0$ حاصل می‌شود.

۴- مراجع

Meriam, J. L. and Kraige, L. G. (2011). Engineering Mechanics Volume 1: Statics. 7th Ed. John Wiley and Sons Inc.