

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

جدول شناسنامه اثر	
کد آموزش	۳۱۳-۰۰۱-۰۰۵
عنوان اثر	آموزش استاتیک (Statics) – تعادل بخش دوم
تالیف	گروه مهندسی سیویل ژئوتک (civilgeotech)
گردآورنده	مهندس سید محمد صادق آل محمد
آدرس سایت	https://civilgeotech.ir/
ایمیل	info@civilgeotech.ir
نوع	فایل pdf
تعداد کل صفحات	۸ صفحه
فرهیخته گرامی: بازنشر این فایل باعث تضییع حقوق مادی و معنوی سایت سیویل ژئوتک خواهد شد و کپی بخش یا تمام این اثر شرعا و قانونا حرام و ممنوع است. لطفا فایل این آموزش را از سایت اصلی ما دریافت کنید.	

CIVILGEOTECH

فهرست مطالب

تعالادل بخش دوم.....	۲
۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند.....	۲
۳- شرایط تعادل.....	۲
۳-۴- مشخصات قیدهای تکیه‌گاهی.....	۲
۳-۵- سازه‌های معین و نامعین استاتیکی.....	۲
۳-۶- شیوه حل مسائل.....	۳
۳-۷- شرایط خاص در تعیین تعادل سازه.....	۳
۴- مسائل.....	۴
۴-۱- مسئله ۱.....	۴
۴-۲- مسئله ۲.....	۶
۴-۳- مسئله ۳.....	۷
۵- مراجع.....	۷



تبادل بخش دوم

۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند...

در آموزش تبادل بخش اول شیوه رسم دیاگرام جسم آزاد را شرح دادیم و در ادامه بحث نیز شرایط تبادل جسم را بررسی کردیم. اکنون در این آموزش به شرح مباحث قیدهای تکیه‌گاهی، معین و نامعین استاتیکی که بخش‌های بعدی شرایط تبادل هستند، خواهیم پرداخت. در نهایت نیز نمونه مسائل حل خواهند شد.

۳- شرایط تبادل

۳-۴- مشخصات قیدهای تکیه‌گاهی

همانطور که قبلاً گفتیم معادلات تبادل شرایط لازم و کافی برای برقراری تبادل یک جسم هستند. اما این معادلات تمامی اطلاعات مورد نیاز برای محاسبه نیروهای نامعلوم را نمی‌دهد. حال سوال اینجاست که آیا معادلات تبادل برای تعیین همه مجهولات کافی است؟

پاسخ این است که بستگی به مشخصات قیدهای حرکتی دارد. قیدهای حرکتی (قیدهای تکیه‌گاهی) محدودیتی است که از طرف تکیه‌گاه‌ها برای حرکت جسم بوجود می‌آید. در یک مسئله تعداد مجهولات برابر تعداد قیدها است. لازم به ذکر است که تعداد قیدها عکس تعداد درجات آزادی است. اما باید در شمارش تعداد قیود به قیدهای زائد نیز توجه داشت. قیدی را که بتوانیم آن را حذف کنیم بدون اینکه تبادل سیستم بهم بخورد، قید زائد گوئیم.

بنابراین: تعداد قید زائد = تعداد مجهولات - تعداد معادلات مستقل تبادل

در جدول زیر انواع قیدهای تکیه‌گاهی آورده شده است.

نوع قید	تعداد قید (محدودیت حرکتی)
۱ کابل	یک قید تکیه‌گاهی ← در امتداد مماس بر کابل
۲ سطح صاف	یک قید تکیه‌گاهی ← عمود بر سطح
۳ سطح زبر	در حالتی که لغزش رخ دهد ← یک قید تکیه‌گاهی ← در جهت عمود بر سطح در حالتی که لغزش رخ ندهد ← دو قید تکیه‌گاهی ← یکی در جهت عمود بر سطح و یکی در جهت مماس بر سطح
۴ تکیه‌گاه لغزنده (غلطکی)	یک قید تکیه‌گاهی ← در جهت عمود بر سطح اتکا
۵ تکیه‌گاه مفصلی	دو قید تکیه‌گاهی ← در دو جهت عمود بر هم
۶ تکیه‌گاه گیردار	سه قید تکیه‌گاهی ← دو تغییر مکان و یک دوران
۷ تکیه‌گاه کشویی	دو قید تکیه‌گاهی ← یک تغییر مکان و یک چرخش
۸ میله	یک قید تکیه‌گاهی ← در امتداد طولی میله
۹ فنر	یک قید تکیه‌گاهی ← در امتداد طولی فنر یک قید تکیه‌گاهی ← چرخش (در فنر چرخشی)

۳-۵- سازه‌های معین و نامعین استاتیکی

جسمی را معین استاتیکی گوئیم که تعداد قیدهای تکیه‌گاهی (مجهولات) با تعداد معادلات مستقل تبادل برابر باشد. همچنین جسمی را نامعین استاتیکی گوئیم که تعداد قیدهای تکیه‌گاهی (مجهولات) بیشتر از تعداد معادلات مستقل تبادل باشد (قید زائد داریم). بنابراین درجه نامعینی جسم برابر است با تعداد قیدهای زائد.



اما حال باید به این نکته توجه کنیم که شرط لازم برای تعادل این است که حداقل به تعداد معادلات مستقل تعادل قید تکیه گاهی (مجهول) داشته باشیم. یعنی: تعداد مجهولات $\leq$ تعداد معادلات مستقل تعادل

این شرط برای تعادل لازم است اما کافی نیست. زمانی قیدها برای تعادل جسم کافی هستند که چیدمان (آرایش) قیدها نیز مناسب باشد. به این نکته نیز توجه کنید که برای سازه‌ای که شرط لازم تعادل را ندارد بحث معین و نامعین بود وارد نمی‌شود.

۳-۶- شیوه حل مسائل

اگر جسم ما معین استاتیکی باشد، با استفاده از معادلات تعادل به حل سوال می‌پردازیم. حال اگر جسم نامعین استاتیکی بود، علاوه بر معادلات مستقل تعادل نیاز به معادلات سازگاری و روابط مشخصه (نیرو-جابجایی) داریم که مبحث درس مقاومت مصالح است.

بنابراین برای حل سوال به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

- ۱- ابتدا دیاگرام جسم آزاد را رسم می‌کنیم.
- ۲- معادلات مستقل تعادل را تعیین می‌کنیم
- ۳- چک می‌کنیم که سازه شرط لازم برای تعادل را دارد یا خیر؟
- ۴- بررسی می‌کنیم که آیا سازه معین استاتیکی یا خیر؟
- ۵- و در نهایت با توجه به شرایط موجود مسئله را حل می‌نماییم.

۳-۷- شرایط خاص در تعیین تعادل سازه

در تعادل سازه دو حالت خاص ممکن است وجود داشته باشد:

حالت اول: عکس العمل های متقارب (همرس)

در صورتی که کلیه قیدها (نیروهای عکس العمل) متقارب باشند سازه (جسم صلب) تنها در صورتی تعادل دارد که نیروهای معلوم وارده نیز در همان نقطه متقارب شوند. بنابراین اگر نیروها وارده با عکس العمل ها متقارب بودند، شرط تعادل را کنترل می‌کنیم. اما اگر نیروها وارده با عکس العمل ها متقارب نبودند، شرط تعادل تامین نمی‌شود زیرا برآیند لنگرها به هیچ عنوان صفر نمی‌شود. (نیروهای معلوم حوله نقطه تقارب لنگر ایجاد می‌کنند)

حالت دوم: عکس العمل های موازی

در صورتی که کلیه قیدها (نیروهای عکس العمل) موازی باشند سازه (جسم صلب) تنها در صورتی تعادل دارد که نیروهای معلوم وارده نیز موازی قیدها باشند. بنابراین اگر نیروها وارده با عکس العمل ها موازی بودند، شرط تعادل را کنترل می‌کنیم. اما اگر نیروها وارده با عکس العمل ها موازی نبودند، شرط تعادل تامین نمی‌شود زیرا برآیند نیروها در امتداد عمود بر نیروهای عکس العمل به هیچ عنوان صفر نمی‌شود.

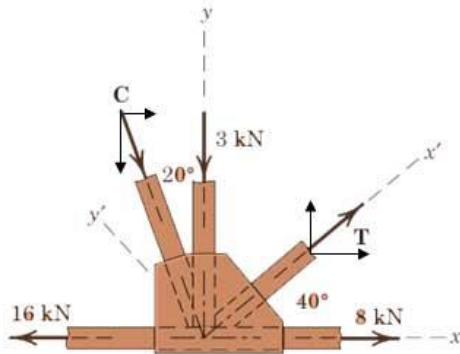
۴- مسائل

برای فهم بهتر حل مسائل می‌توانید به ویدیو مراجعه کنید.

۴-۱- مسئله ۱

اگر نیروهای وارد به مفصل خرابایی که در حال تعادل است به گونه ای باشد که در شکل می‌بینید. اندازه نیروهای C و T را تعیین کنید.

روش اول: روش اسکالر



$$\Sigma F_x = 0$$

$$8 + T \cos 40 + C \sin 20 - 16 = 0$$

$$0.766T + 0.342C = 8$$

$$\Sigma F_y = 0$$

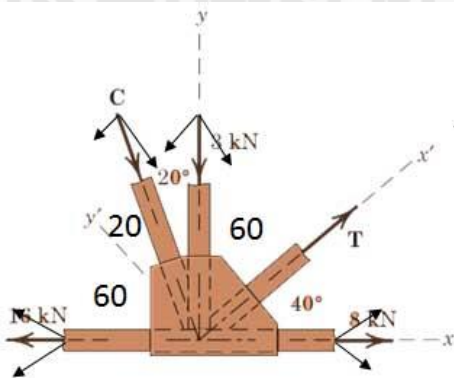
$$T \sin 40 - 3 - C \cos 20 = 0$$

$$0.643T - 0.94C = 3$$

$$\begin{cases} 0.766T + 0.342C = 8 \\ 0.643T - 0.94C = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = 9.09 \text{ kN} \\ C = 3.03 \text{ kN} \end{cases}$$

روش دوم: روش اسکالر



$$\Sigma F_{y'} = 0$$

$$-8 \sin 40 - 3 \cos 40 - C \cos 20 + 16 \cos 60 = 0$$

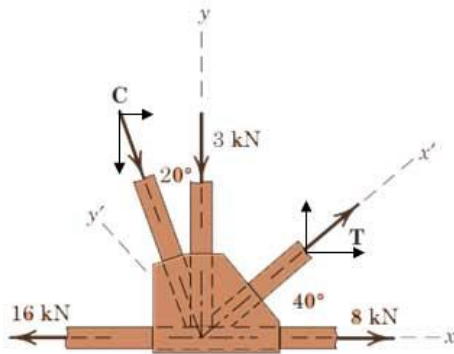
$$C = 3.03 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{x'} = 0$$

$$T + 8 \cos 40 - 3 \cos 60 - 3.03 \sin 20 - 16 \sin 60 = 0$$

$$T = 9.09 \text{ kN}$$

روش سوم: روش برداری



$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$8\vec{i} + (T \cos 40)\vec{i} + (T \sin 40)\vec{j} - 3\vec{j} + (C \sin 20)\vec{i} - (C \cos 20)\vec{j} - 16\vec{i} = 0$$

ضرایب بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ را برابر صفر قرار می‌دهیم

$$8 + T \cos 40 + C \sin 20 - 16 = 0$$

$$T \sin 40 - 3 - C \cos 20 = 0$$

$$\begin{cases} T = 9.09 \text{ kN} \\ C = 3.03 \text{ kN} \end{cases}$$

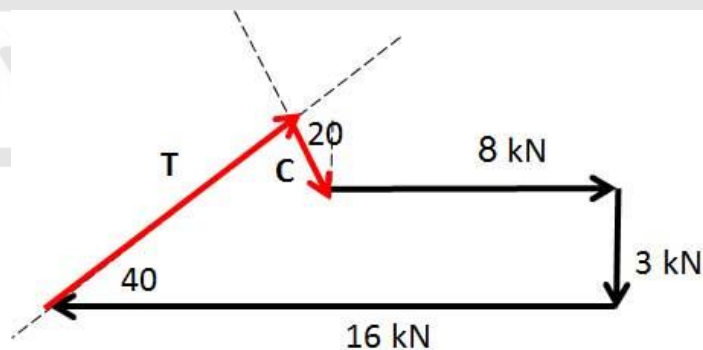
روش چهارم: روش هندسی

با استفاده از چند ضلعی نیروها به روش زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا بردارهای معلوم با یک مقیاس مناسب از سر یکی به ته دیگری رسم می‌کنیم.

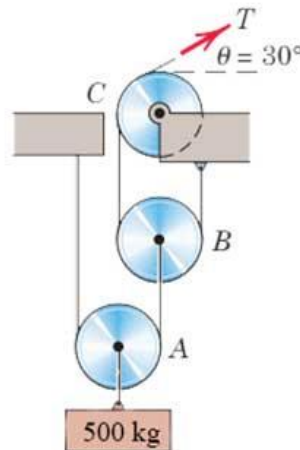
راستای نیروهای C و T را به گونه ای رسم می‌کنیم که چند ضلعی بسته شود.

با اندازه گیری طول این بردارها از محل برخورد مقادیر مجهول C و T حاصل می‌شود.

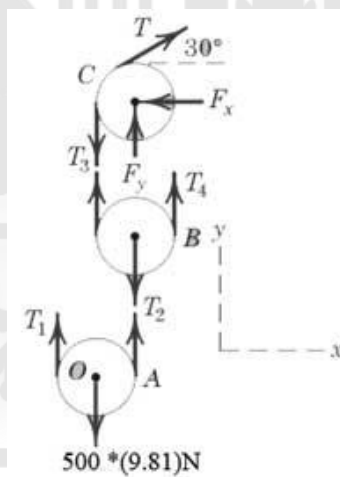


۴-۲- مسئله ۲

مجموعه‌ای از قرقه‌های متصل به هم در شکل نشان داده شده است. چنانچه هر یک از قرقه‌ها بتواند آزادانه حول محور خود بچرخد و از وزن آن‌ها صرف نظر شود، کشش T را تعیین کنید و اندازه نیروی وارد به محور قرقه C را بدست آورید.



نمودار جسم آزاد هریک از قرقه‌ها را رسم می‌کنیم.



از قرقه A شروع می‌کنیم. (شعاع r) (جهت ساعتگرد را مثبت فرض می‌کنیم)

$$\begin{aligned} \sum M_O^+ &= 0 \rightarrow T_1 r - T_2 r = 0 \\ &\rightarrow T_1 = T_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \rightarrow T_1 + T_2 - (500 * 9.81) = 0 \\ &\rightarrow 2T_1 = 500 * 9.81 \rightarrow T_1 = T_2 = 2450 \text{ N} \end{aligned}$$

قرقره B

$$\curvearrowright^+ \Sigma M_b = 0 \rightarrow T_3 r - T_4 r = 0$$

$$\rightarrow T_3 = T_4$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow T_3 + T_4 - 2450 = 0$$

$$\rightarrow 2T_3 = 2450 \rightarrow T_3 = T_4 = 1226 \text{ N}$$

قرقره C

زاویه θ بر گشتاور T حول مرکز قرقره تاثیرگذار نیست.

$$T = T_3 = 1226 \text{ N}$$

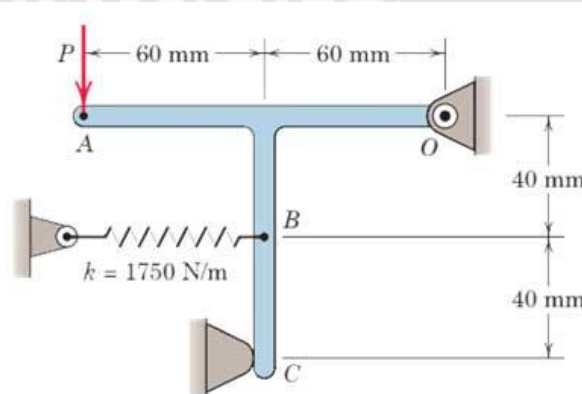
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -F_x + T \cos 30 = 0 \rightarrow F_x = 1062 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_y + T \sin 30 - T_3 = 0 \rightarrow F_y = 613 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 1226 \text{ N}$$

۴-۳- مسئله ۳

هنگامی که قاب AOC با جرم 0.5kg در تماس با تکیه گاه C است، فنر خطی به اندازه ۱۰ میلیمتر کشیده شده است. نیروی موردنیاز P برای جداکردن قاب از تکیه گاه C را در دو حالت الف) با در نظر گرفتن وزن قاب ب) با چشم پوشی از آن تعیین کنید.



برای مشاهده حل این سوال به صفحه آموزش (حل تمرین استاتیک تمامی فصل‌ها) مراجعه کنید.

ادامه مباحث این فصل در سه بعد مطرح می‌شود که فعلاً آن‌ها را بیان نمی‌کنیم. اگر نیاز به آموزش این مباحث دارید در بخش نظرات به ما اطلاع دهید تا در زمان مناسب مبحث آموزشی آن را برای شما آماده کنیم.

۵- مراجع

Meriam, J. L. and Kraige, L. G. (2011). Engineering Mechanics Volume 1: Statics. 7th Ed. John Wiley and Sons Inc.