

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

جدول شناسنامه اثر	
کد آموزش	۳۱۳-۰۰۱-۰۰۲
عنوان اثر	آموزش استاتیک (Statics) – سیستم‌های نیرو بخش اول
تالیف	گروه مهندسی سیویل ژئوتک (civilgeotech)
گردآورنده	مهندس سید محمد صادق آل محمد
آدرس سایت	https://civilgeotech.ir/
ایمیل	info@civilgeotech.ir
نوع	فایل pdf
تعداد کل صفحات	۱۰ صفحه
فرهیخته گرامی: بازنشر این فایل باعث تضییع حقوق مادی و معنوی سایت سیویل ژئوتک خواهد شد و کپی بخش یا تمام این اثر شرعا و قانونا حرام و ممنوع است. لطفا فایل این آموزش را از سایت اصلی ما دریافت کنید.	

CIVILGEOTECH

فهرست مطالب

سیستم‌های نیرو بخش اول	۲
۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند	۲
۲- نیرو	۲
۲-۱- تعریف نیرو	۲
۲-۲- اصل انتقال پذیری	۲
۲-۳- طبقه بندی نیروها	۲
۲-۴- نیروهای هم‌رس	۳
۲-۵- مولفه‌های متعامد یک نیرو	۳
۳- مسائل	۴
۳-۱- مسئله ۱	۴
۳-۲- مسئله ۲	۵
۳-۳- مسئله ۳	۵
۴- گشتاور	۵
۴-۱- گشتاور یک نیرو	۵
۴-۲- قضیه وارینیون	۷
۵- مسائل	۷
۵-۱- مسئله ۴	۷
۵-۲- مسئله ۵	۹
۶- مراجع	۹



سیستم‌های نیرو بخش اول

۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند...

در این آموزش ابتدا به تعریف نیرو پرداخته و پس از آن موضوع مهم گشتاور (ممان - لنگر) را شرح می‌دهیم. در بخش دوم سیستم‌های نیرو به مباحث کوپل و برآیندها می‌پردازیم.

۲- نیرو

۱-۲- تعریف نیرو

عمل یک جسم بر جسم دیگر را نیرو (Force) تعریف می‌کنیم. نیرو یک کمیت برداری است و دارای راستا و اندازه است. بنابراین نیروها را می‌توان طبق قانون متوازی الاضلاع با یکدیگر ترکیب کرد. بنابراین در تعریف کامل اثر یک نیرو بر یک جسم باید اندازه، راستا و نقطه اثر آن را تعیین کنیم بنابراین نیرو را به عنوان یک بردار ثابت در نظر می‌گیریم.

اثر نیرو بر یک جسم به دو بخش اثرات خارجی و اثرات داخلی تفکیک می‌شود. اثرات خارجی شامل نیروهای عمل و نیروهای عکس‌العمل هستند. نیروهای عمل نیروهایی هستند که تمایل دارند جسم را به حرکت در بیاورند و نیروهای عکس‌العمل نیروهایی هستند که باعث تعادل جسم می‌شوند. اثرات داخلی نیز به صورت تغییر شکل‌ها و نیروهای داخلی بروز می‌کند.

۲-۲- اصل انتقال پذیری

نیروی وارد بر یک جسم صلب را می‌توان بر هر نقطه واقع بر خط اثر این نیرو وارد کرد بدون اینکه تغییری در اثر نهایی این نیروی خارجی بر جسم ایجاد شود. به این اصل، اصل انتقال پذیری (Principle of Transmissibility) می‌گوییم.



۲-۳- طبقه بندی نیروها

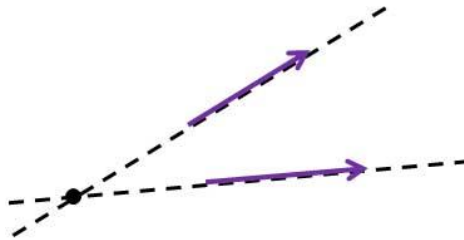
نیروها به دو دسته نیروهای تماسی و نیروهای حجمی طبقه بندی می‌شود. نیروی تماسی در نتیجه تماس فیزیکی مستقیم به وجود می‌آید. به طور مثال نیروی وارد بر یک جسم از طرف سطح تکیه‌گاه آن، نمونه‌ای از نیروهای تماسی است. نیروهای حجمی به سبب قرار گرفتن جسم در یک میدان نیرو، بر جسم وارد می‌شوند. مانند وزن اجسام که نوعی از نیروهای حجمی است.

علاوه بر طبقه‌بندی بالا، نیروها را می‌توان در یک نگاه دیگر به دو دسته نیروهای متمرکز و نیروهای گسترده تقسیم کرد. نیروها می‌توانند بر روی یک سطح بر روی یک حجم یا بر روی یک خط توزیع شوند. اینگونه نیروها را نیروهای گسترده می‌نامند. اما نیروهای متمرکز به صورت عمل نیرو بر یک نقطه است.



۲-۴- نیروهای هم‌مرس

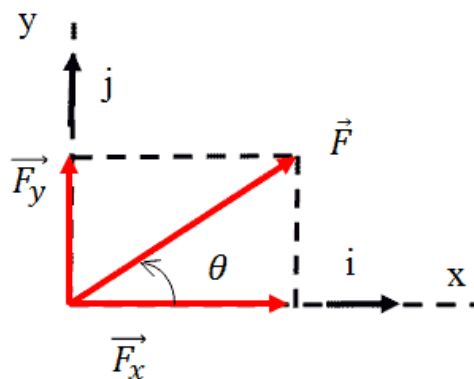
چنانچه خط اثر دو یا تعداد بیشتری نیرو همدیگر را در یک نقطه قطع کنند این نیروها را نیروهای هم‌مرس گویند.



۲-۵- مؤلفه‌های متعامد یک نیرو

در مبحث مقدمه‌ای بر استاتیک درمورد مؤلفه‌های یک بردار بحث شد. اما در این جا مؤلفه‌های متعامد را دوباره شرح می‌دهیم.

متداول‌ترین شکل نمایش دو بعدی یک بردار نیرو تجزیه آن به مؤلفه‌های متعامد است. با استفاده از قانون متوازی الاضلاع می‌توان بردار F را به صورت زیر نوشت.



$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

که F_x و F_y مؤلفه‌های برداری F در راستای محورهای x و y هستند. هر یک از این دو مؤلفه برداری را می‌توان به صورت حاصل ضرب یک اسکالر در یک بردار واحد نوشت. با انتخاب بردارهای واحد i و j در امتداد محورهای x و y بردار F را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

مؤلفه‌های اسکالر با توجه به جهت بردار F در دستگاه مختصات می‌توانند مثبت یا منفی باشند. برای بردار نیروی F در شکل بالا مؤلفه‌های اسکالر x و y هر دو مثبت هستند و رابطه آن‌ها به صورت زیر است:

$$F_x = F \cos \theta \quad F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F_y = F \sin \theta \quad \theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

۳- مسائل

برای فهم بهتر حل مسائل می‌توانید به ویدیو مراجعه کنید.

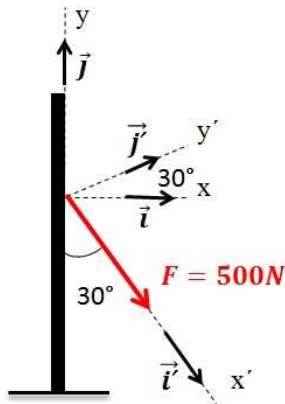
۳-۱- مسئله ۱

نیروی $F=500\text{ N}$ به یک تیرک عمودی وارد می‌شود.

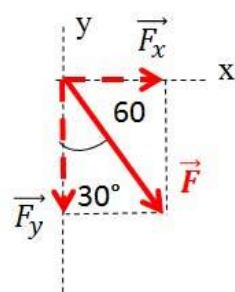
الف) نیروی F را بر حسب عبارت‌هایی از بردارهای واحد $\hat{i}$ و $\hat{j}$ بنویسید و مولفه‌های اسکالر و برداری آن را تعیین کنید.

ب) مولفه‌های اسکالر بردار نیروی F را در امتداد x' و y' بدست آورید.

ج) مولفه‌های اسکالر نیروی F را در امتداد محورهای x و y بدست آورید.



(الف)



$$\begin{aligned}\vec{F} &= (F \cos \theta)\hat{i} + (F \sin \theta)\hat{j} \\ &= (500 \cos 60)\hat{i} + (500 \sin 60)\hat{j} \\ &= 250\hat{i} - 433\hat{j}\end{aligned}$$

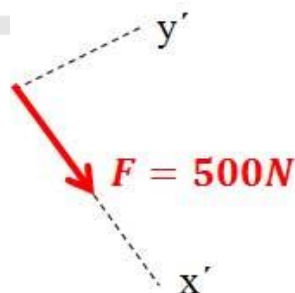
$$F_x = 250\text{ N}$$

$$\vec{F}_x = 250\hat{i}\text{ N}$$

$$F_y = -433\text{ N}$$

$$\vec{F}_y = -433\hat{j}\text{ N}$$

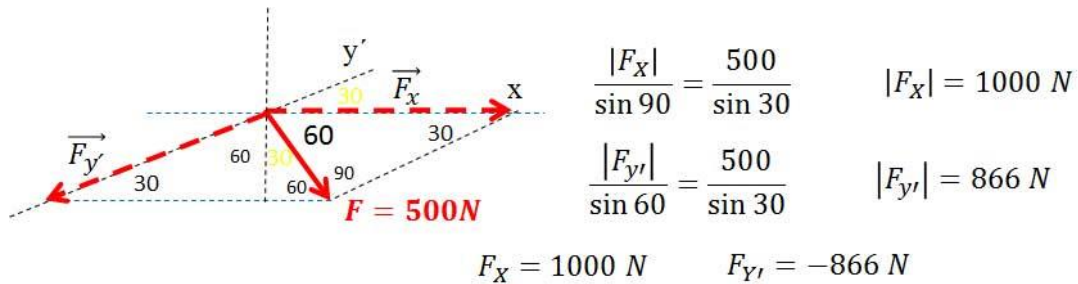
(ب)



$$F_{x'} = 500\text{ N}$$

$$F_{y'} = 0$$

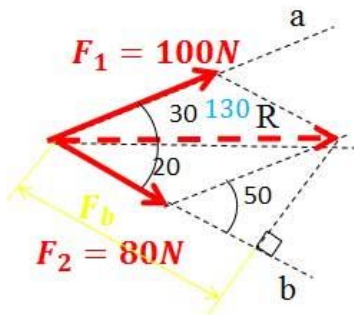
(ج)



۲-۳- مسئله ۲

نیروهای F_1 و F_2 به نقطه C وارد می‌شوند. تصویر برآیند این دو نیرو در امتداد محور b را تعیین کنید.

با استفاده از قانون کسینوس‌ها داریم:



$$R^2 = 80^2 + 100^2 - 2 \times 80 \times 100 \times \cos 130$$

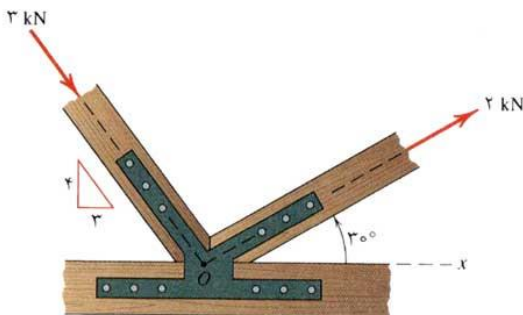
$$R = 163.4 \text{ N}$$

$$F_b = 80 + 100 \cos 50 = 144.3$$

۳-۳- مسئله ۳

در شکل مسئله دو عضو یک خرپا را می‌بینید که یکی تحت کشش و دیگری تحت فشار است. این نیروها متقابلاً به مفصل O وارد می‌شوند. اندازه برآیند این دو نیرو یعنی R و زاویه θ که این بردار با جهت مثبت محور x می‌سازد را تعیین کنید.

برای مشاهده حل این سوال به صفحه آموزش (حل تمرین استاتیک تمامی فصل‌ها) مراجعه کنید.



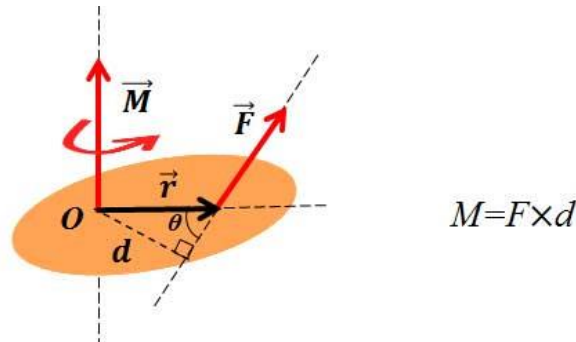
۴- گشتاور

۴-۱- گشتاور یک نیرو

تمایل نیرو به چرخش جسم حول یک محور مشخص که غیر موازی و غیر متقاطع با نیرو باشد را گشتاور نیرو گوئیم.



شکل زیر یک جسم دو بعدی است که تحت اثر نیروی F که در صفحه جسم به آن وارد می‌شود، قرار دارد. اندازه گشتاور متناسب با اندازه نیروی F و بازوی گشتاو d است. بازوی گشتاور، فاصله عمودی از محور O تا خط اثر نیروست. بنابراین اندازه گشتاور را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

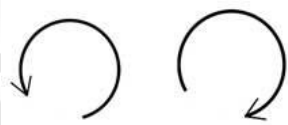


برای تعیین جهت بردار گشتاور قانون دست راست را بکار می‌بریم. به این صورت که دست راست خود را ببندید و آن را به گونه‌ای نگه دارید که انگشتانتان در همان جهتی باشد که نیروی F تمایل به چرخش جسم دارد. در این حالت انگشت شست شما جهت گشتاور M را نشان می‌دهد.



گشتاور از تمامی قوانین جمع بردارها پیروی می‌کند و می‌توان آن را به عنوان یک بردار لغزان با خط اتری که منطبق بر محور گشتاور است در نظر گرفت. واحدهای اصلی گشتاور در سیستم SI نیوتن متر (N.m) می‌باشد.

جهت گشتاورها را با استفاده از یک علامت قراردادی مشخص مانند علامت مثبت برای گشتاورهای پادساعتگرد، و علامت منفی برای گشتاورهای ساعتگرد بیان می‌شود.



گشتاور نیروی F نسبت به نقطه O در شکل بالا را می‌توان به کمک ضرب خارجی زیر بیان کرد.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

که r بردار موقعیت است که از نقطه مبدا O تا یک نقطه دلخواه بر روی خط اثر F امتداد می‌یابد. اندازه گشتاور را بر اساس رابطه بالا چنین محاسبه می‌کنیم:

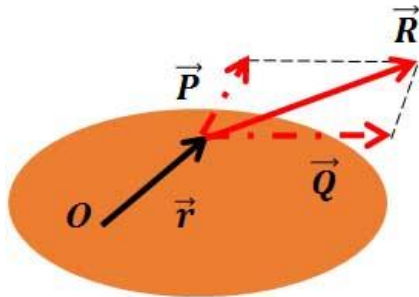
$$M = F \times r \sin \theta$$

همواره بایستی جهت $r \times F$ را حفظ کرد زیرا گشتاور حاصل از $F \times r$ خلاف جهت $r \times F$ می‌باشد.

$$\vec{F} \times \vec{r} = -(\vec{r} \times \vec{F})$$

۴-۲- قضیه وارینیون

این قضیه بیان می‌کند که گشتاور یک نیرو حول یک نقطه مرجع با برآیند گشتاور مولفه‌های آن نیرو حول همان نقطه برابر است. و به این صورت اثبات می‌شود که مطابق شکل زیر فرض می‌شود نیروی R بر صفحه جسمی وارد می‌شود. نیروهای P و Q مولفه‌های نامتعامد بردار R هستند. حال گشتاور این نیرو محاسبه می‌شود.



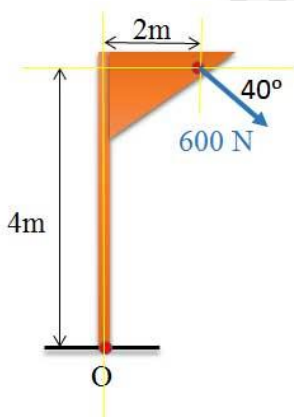
$$\begin{aligned}\vec{M}_O &= \vec{r} \times \vec{R} \\ \vec{M}_O &= \vec{r} \times (\vec{P} + \vec{Q}) \\ \vec{M}_O &= \vec{r} \times \vec{P} + \vec{r} \times \vec{Q}\end{aligned}$$

۵- مسائل

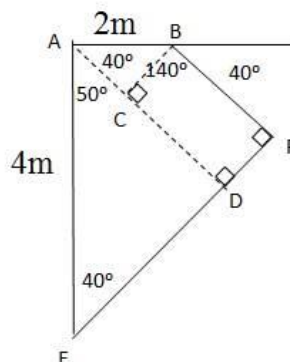
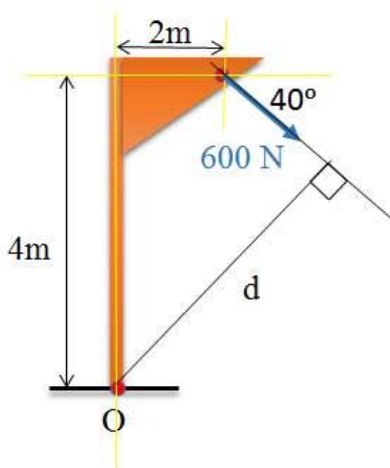
برای فهم بهتر حل مسائل می‌توانید به ویدیو مراجعه کنید.

۵-۱- مسئله ۴

اندازه گشتاور نیروی 600 N نسبت به نقطه O را به پنج روش مختلف محاسبه کنید.



روش اول:



$$M = Fd$$

$$d = FD + DE$$

در مثلث ABC

$$\sin 40 = \frac{BC}{2} \rightarrow BC = 2 \sin 40 = FD$$

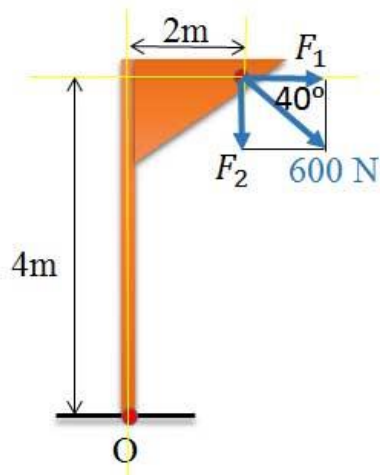
در مثلث ADE

$$\cos 40 = \frac{DE}{4} \rightarrow DE = 4 \cos 40$$

$$d = FD + DE = 2 \sin 40 + 4 \cos 40 = 4.35\text{m}$$

$$M = Fd = 600 \times 4.35 = 2610\text{ N.m}$$

روش دوم:



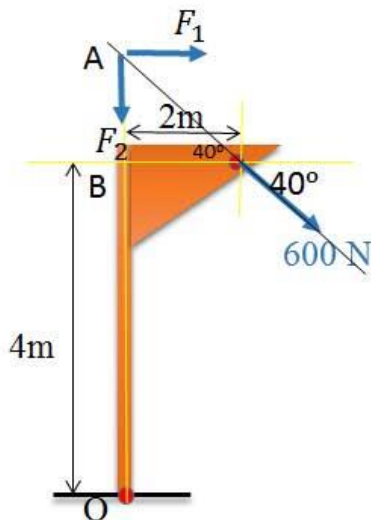
با استفاده از تجزیه مولفه ها و قضیه وارینون

$$F_1 = 600 \cos 40 = 460 \text{ N}$$

$$F_2 = 600 \sin 40 = 386 \text{ N}$$

$$M = 460 \times 4 + 386 \times 2 = 2610 \text{ N.m}$$

روش سوم:



با استفاده از اصل انتقال پذیری

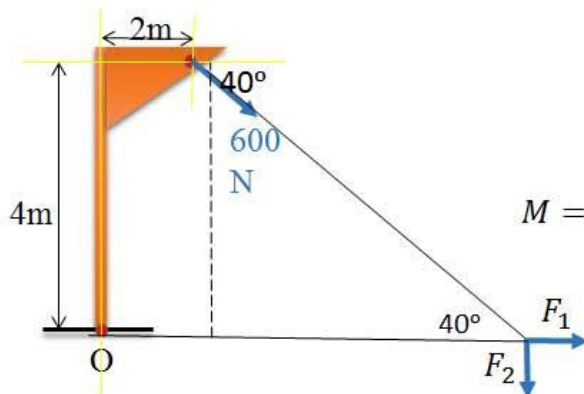
گشتاور مولفه F_2 حذف می شود

$$M = F_1 d_1 = F_1 \times (AB + BO)$$

$$\rightarrow M = 460 \times (2 \tan 40 + 4)$$

$$= 2610 \text{ N.m}$$

روش چهارم:



با استفاده از اصل انتقال پذیری

گشتاور مولفه F_1 حذف میشود

$$M = F_2 d_2 = 386 \times (2 + 4 \cot 40) = 2610 \text{ N.m}$$

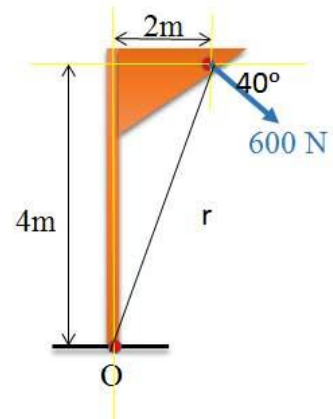
روش پنجم:

با استفاده از نمایش برداری گشتاور و ضرب خارجی

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times F\vec{n} = (2\vec{i} + 4\vec{j}) \times 600(\vec{i} \cos 40^\circ - \vec{j} \sin 40^\circ)$$

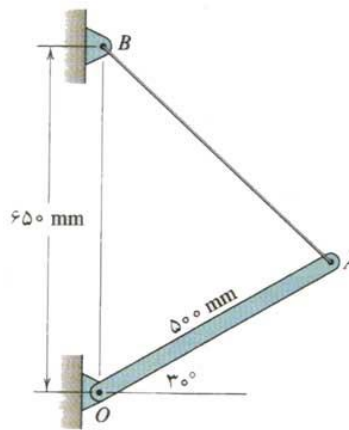
$$\vec{M} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 459.6 & -385.7 \end{vmatrix} \vec{k} = (2 * (-385.7)) - 4 * 459.6$$

$$= -2610 \vec{k} \text{ N.m} \quad M=2610 \text{ N.m}$$



۵-۲- مسئله ۵

کابل AB تحت کشش ۴۰۰ N قرار دارد. گشتاور این نیروی کششی که به نقطه A از میله باریک OA وارد می شود را نسبت به نقطه O تعیین کنید.



برای مشاهده حل این سوال به صفحه آموزش (حل تمرین استاتیک تمامی فصل ها) مراجعه کنید.

۶- مراجع

Meriam, J. L. and Kraige, L. G. (2011). Engineering Mechanics Volume 1: Statics. 7th Ed. John Wiley and Sons Inc.