

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

جدول شناسنامه اثر	
کد آموزش	۳۱۳-۰۰۱-۰۰۳
عنوان اثر	آموزش استاتیک (Statics) – سیستم‌های نیرو بخش دوم
تالیف	گروه مهندسی سیویل ژئوتک (civilgeotech)
گردآورنده	مهندس سید محمد صادق آل محمد
آدرس سایت	https://civilgeotech.ir/
ایمیل	info@civilgeotech.ir
نوع	فایل pdf
تعداد کل صفحات	۸ صفحه
فرهیخته گرامی: بازنشر این فایل باعث تضییع حقوق مادی و معنوی سایت سیویل ژئوتک خواهد شد و کپی بخش یا تمام این اثر شرعا و قانونا حرام و ممنوع است. لطفا فایل این آموزش را از سایت اصلی ما دریافت کنید.	

CIVILGEOTECH

فهرست مطالب

سیستم‌های نیرو بخش دوم	۲
۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند... ..	۲
۲- کوپل (Couple)	۲
۲-۱- کوپل‌های معادل	۳
۲-۲- سیستم‌های نیرو - کوپل	۳
۳- مسائل	۴
۳-۱- مسئله ۶	۴
۳-۲- مسئله ۷	۴
۴- برآیندها	۵
۴-۱- روش برآیندگیری	۵
۵- مسائل:	۶
۵-۱- مسئله ۸	۶
۵-۲- مسئله ۹	۷
۶- مراجع	۷

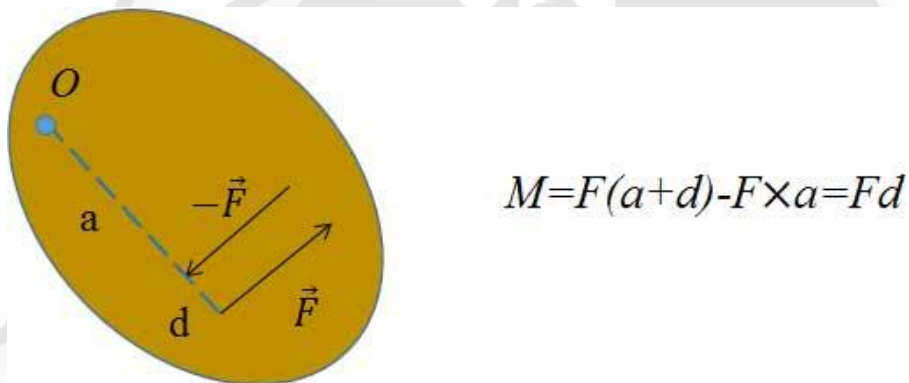
سیستم‌های نیرو بخش دوم

۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند...

در این آموزش ابتدا مبحث کوپل را بررسی خواهیم کرد. در ادامه نیز بحث برآیندها را پیش خواهیم برد. در آموزش سیستم‌های نیرو بخش اول نیز دو مبحث نیرو و گشتاور را بررسی کردیم.

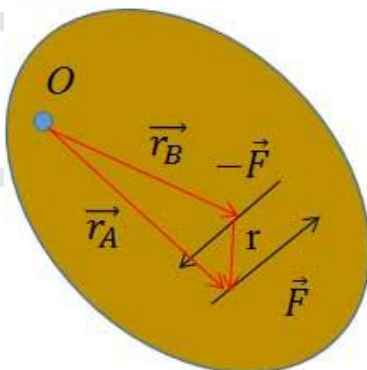
۲- کوپل (Couple)

طبق تعریف گشتاوری که دو نیروی مساوی و مختلف‌الجهت و غیر هم راستا ایجاد می‌کنند را کوپل می‌نامیم. دو نیروی برابر و مخالف F و $-F$ که با فاصله d از یکدیگر به یک جسم وارد می‌شوند را در نظر بگیرید. این دو نیرو را نمی‌توان به یک نیرو تبدیل کرد زیرا برآیند آن‌ها برابر صفر است. تنها تأثیر این نیروها ایجاد چرخش در جسم است. گشتاور حاصل از این دو نیرو حول محور عمود بر صفحه آن‌ها از نقطه دلخواهی مانند O برابر کوپل M است.



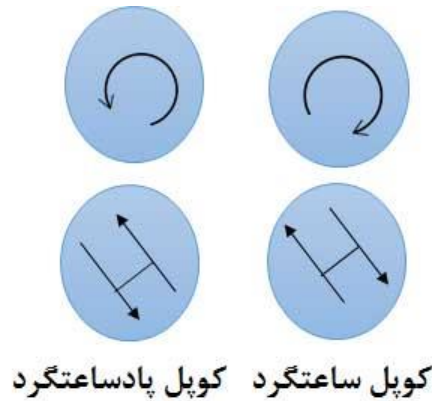
برای حالتی که در شکل نشان داده شده است، جهت کوپل پادساعتگرد است. کوپل به فاصله از نقطه O بستگی ندارد و تنها به مقدار Fd وابسته است.

گشتاور یک کوپل را می‌توان به کمک جبر بردارها و با استفاده از ضرب خارجی به صورت زیر بیان کرد.



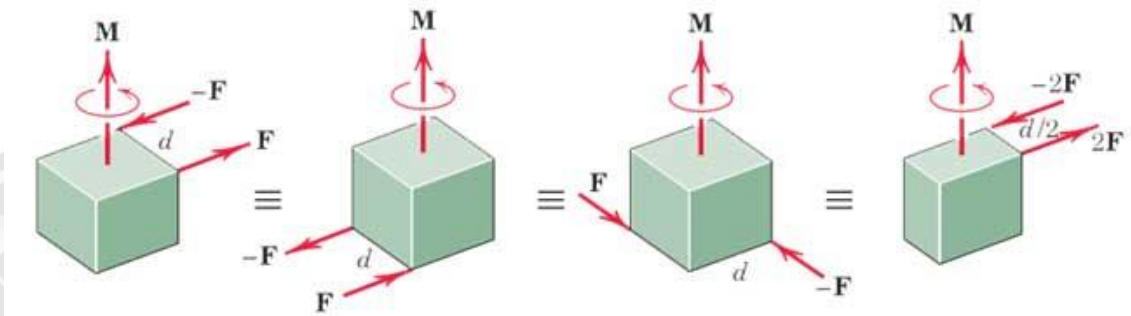
$$M = \vec{r}_A \times \vec{F} + \vec{r}_B \times (-\vec{F}) = (\vec{r}_A - \vec{r}_B) \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$$

در این رابطه r بردار موقعیتی است که خط اثر دو نیرو را به هم وصل می‌کند. قابل ذکر است که کوپل یک بردار آزاد است و بر صفحه نیروها در حالت دو بعدی عمود است. در حالت دو بعدی کوپل پاد ساعتگرد را مثبت فرض می‌کنیم. برای نمایش کوپل‌ها نیز از نمادگذاری زیر استفاده می‌کنیم.



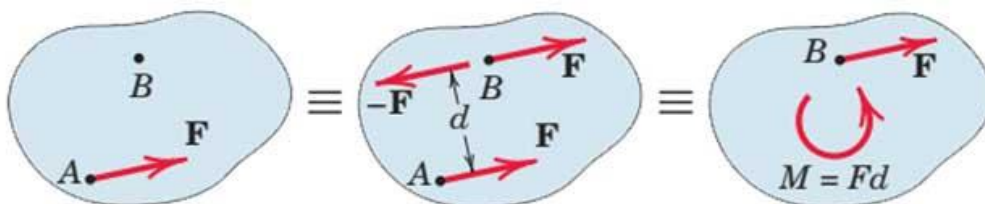
۲-۱- کوپل‌های معادل

تغییر در مقادیر F و d مادامی که حاصلضرب Fd ثابت باشد منجر به تغییری در یک کوپل مشخص نمی‌شود. همچنین اگر نیروهای تشکیل دهنده یک کوپل در صفحات موازی وارد شوند تاثیری بر کوپل نخواهد داشت. در شکل زیر چهار آرایش متفاوت از یک کوپل را مشاهده می‌کنید.



۲-۲- سیستم‌های نیرو - کوپل

تاثیر یک نیرو بر جسمی به صورت حرکت جسم در راستای خط اثر نیرو و یا چرخاندن جسم حول یک محور ثابت غیر متقاطع با خط اثر نیرو نمایان می‌شود. این اثر دوگانه را می‌توان با جایگزینی نیرو با یک نیروی معادل موازی به همراه یک کوپل برای جبران تغییر ایجاد شده در گشتاور نیرو نمایش داد. به این نوع سیستم، سیستم نیرو کوپل گفته می‌شود. نحوه جایگزینی یک نیرو با یک نیرو و یک کوپل در شکل نشان داده شده است.

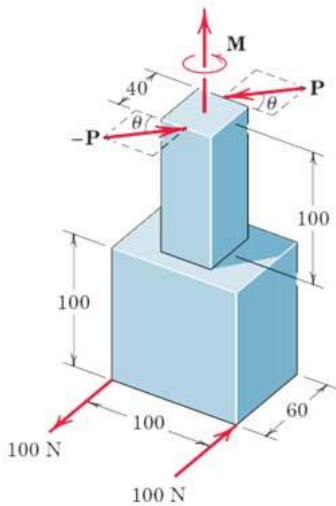


۳- مسائل

برای فهم بهتر حل مسائل می‌توانید به ویدیو مراجعه کنید.

۳-۱- مسئله ۶

عضو صلبی از یک سازه تحت اثر یک کوپل متشکل از دو نیروی 100 N قرار دارد. این کوپل را با یک کوپل معادل که متشکل از دو نیروی P و $-P$ با اندازه 400 N است جایگزین کنید. زاویه مناسب θ را نیز تعیین کنید. (اندازه‌ها به میلی‌متر)



$$M = Fd = 100 \times 0.1 = 10\text{ N.m}$$

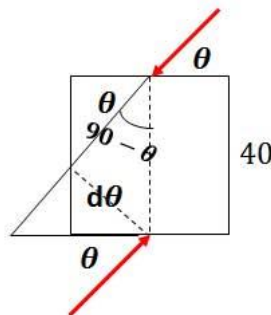
$$\sin 90 - \theta = \frac{d\theta}{0.04} \rightarrow d\theta = 0.04 \times \sin 90 - \theta$$

$$\sin(90 - \theta) = \cos \theta \quad d\theta = 0.04 \times \cos \theta$$

$$M = 400 \times 0.04 \cos \theta$$

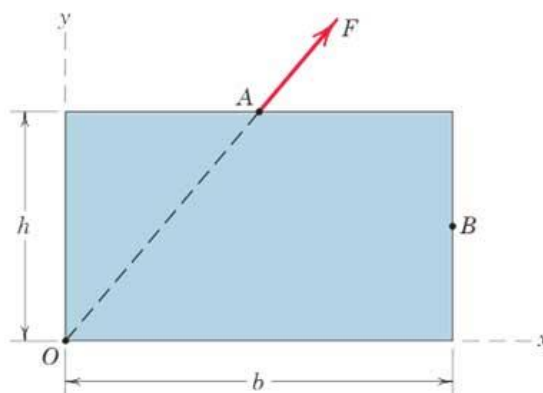
$$10 = 400 \times 0.04 \cos \theta$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{10}{16} = 51.3^\circ$$



۳-۲- مسئله ۷

نقاط A و B در وسط اضلاع کوچک و بزرگ یک مستطیل قرار دارند. نیروی F که به نقطه A وارد می‌شود را با یک سیستم نیرو-کوپل معادل در نقطه B جایگزین کنید.

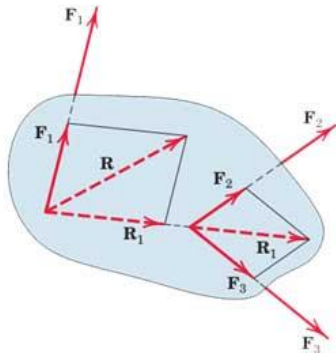


برای مشاهده حل این سوال به صفحه آموزش (حل تمرین استاتیک تمامی فصل‌ها) مراجعه کنید.



۴- برآیندها

ساده‌ترین نیرویی که می‌توان جایگزین یک مجموعه نیرو (دستگاه نیرو) وارد بر یک جسم صلب شود به نحوی که همان اثر مجموعه نیرو را داشته باشد، برآیند نیروها گوییم. هنگامی که برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر باشد جسم در حالت تعادل است. این حالت در مبحث استاتیک بررسی می‌شود. طبق تعریف یک مجموعه نیروی وارد بر جسم صلب را یک دستگاه نیرو می‌گوییم. همچنین یک مجموعه نیرو و کوپل وارد بر جسم صلب، دستگاه نیرو-کوپل گفته می‌شود. با توجه به تعاریف گفته شده برای هر سیستم از نیروها داریم:



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \Sigma F$$

$$R_x = \Sigma F_x$$

$$R_y = \Sigma F_y$$

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

۴-۱- روش برآیندگیری

چهار مرحله زیر را برای برآیندگیری نیروها طی می‌کنیم:

۱- یک نقطه مرجع را انتخاب می‌کنیم.

۲- کل نیروها را به نقطه مرجع منتقل می‌کنیم. (یک دستگاه نیرو و کوپل در نقطه مرجع داریم).

۳- برآیند نیروها و کوپل‌ها را حساب می‌کنیم.

۴- نیرو را به نحوی منتقل می‌کنیم که گشتاور حاصل از آن برابر کوپل شود.

این مراحل به صورت مجموعه معادلات زیر قابل بیان است.

$$M = \Sigma F_i d_i$$

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F}_i$$

$$d = \frac{|M|}{R}$$

بنابراین اصل گشتاورها (تعمیم قضیه وارینون) به صورت زیر بیان می‌شود:

گشتاور نیروی برآیند حول هر نقطه دلخواه با گشتاور نیروهای اولیه حول همان نقطه برابر است.

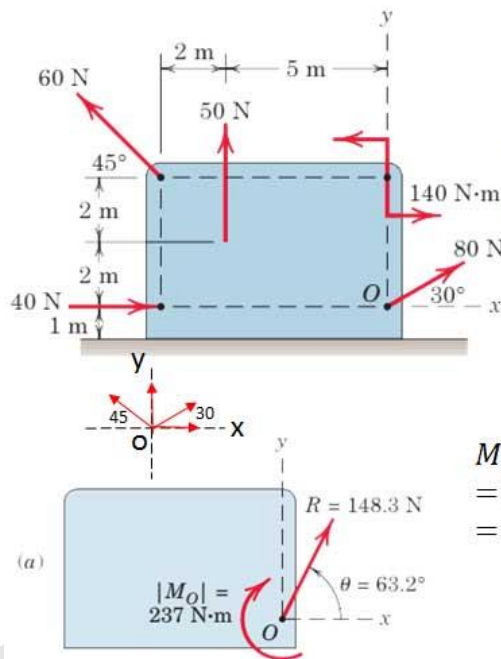
۵- مسائل:

برای فهم بهتر حل مسائل می‌توانید به ویدیو مراجعه کنید.

۵-۱- مسئله ۸

برآیند سیستم نیروها را تعیین کنید.

نقطه O به عنوان مرجع انتخاب شده‌است.



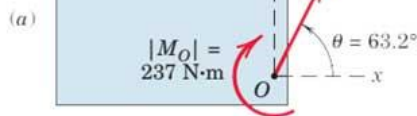
$$R_x = \Sigma F_x = 40 + 80 \cos 30 - 60 \cos 45 = 66.9 \text{ N}$$

$$R_y = \Sigma F_y = 50 + 80 \sin 30 + 60 \sin 45 = 132.4 \text{ N}$$

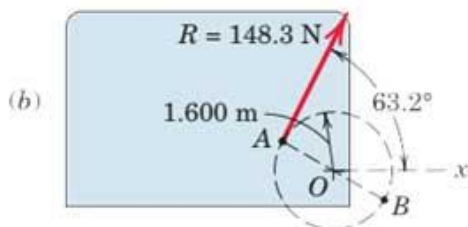
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{66.9^2 + 132.4^2} = 148.3 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} \frac{132.4}{66.9} = 63.2^\circ$$

$$\begin{aligned} M_o &= \Sigma (Fd) \\ &= 140 - (50 \times 5) + 60 \times \cos 45 \times 4 - 60 \times \sin 45 \times 7 \\ &= -237 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

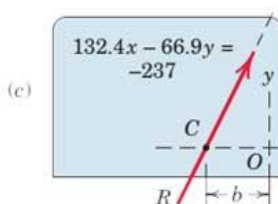


برای محاسبه لنگر جهت پادساعتگرد را مثبت فرض کردیم اما چون حاصل گشتاور منفی شده، نشان می‌دهد که جهت صحیح ساعتگرد بوده است. (در شکل مشخص است)



$$d = \frac{|M_o|}{R} = \frac{237}{148.3} = 1.6 \text{ m}$$

تعیین محل برخورد خط اثر نیرو برآیند R با محورهای مختصات



$$b = \frac{|M_o|}{R_y} = \frac{237}{132.4} = 1.792 \text{ m} \quad a = \frac{|M_o|}{R_x} = \frac{237}{66.9} = 3.542 \text{ m}$$

تعیین محل خط اثر نیرو برآیند R با استفاده از رابطه برداری

$$\vec{r} \times \vec{R} = M_o \rightarrow (x\vec{i} + y\vec{j}) \times (66.9\vec{i} + 132.4\vec{j}) = -237\vec{k}$$

دلیل منفی بودن مقدار گشتاور این است که چون گشتاور ساعتگرد بوده است، با توجه به قانون دست راست، جهت شست به سمت داخل صفحه که جهت منفی محور Z است، می باشد.

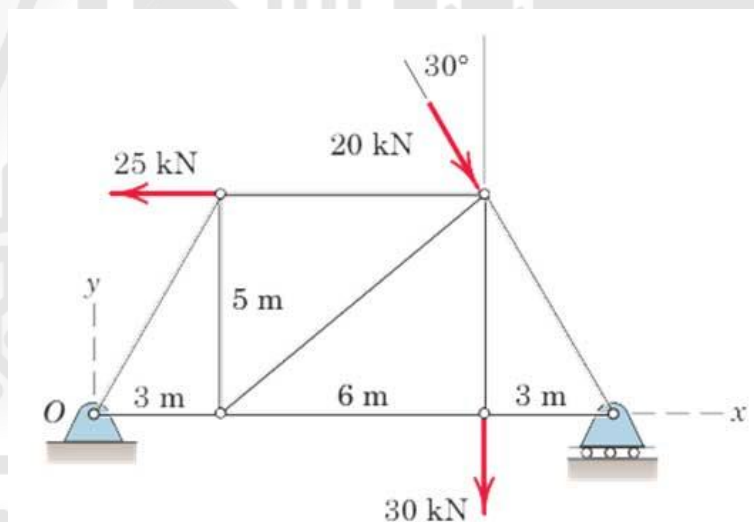
معادله خط اثر برآیند نیروی R

$$\begin{vmatrix} x & y \\ 66.9 & 132.4 \end{vmatrix} = (132.4x - 66.9y)\vec{k} = -237\vec{k}$$

$$(132.4x - 66.9y) = -237 \xrightarrow{y=0} x = -1.792 \text{ m}$$

۵-۲- مسئله ۹

برآیند R سه نیروی وارد به خربای ساده‌ای که در شکل می بینید را تعیین کنید و محل برخورد خط اثر R با محورهای x و y را نیز بدست آورید.



برای مشاهده حل این سوال به صفحه آموزش (حل تمرین استاتیک تمامی فصل‌ها) مراجعه کنید.

ادامه مباحث این فصل در سه بعد مطرح می شود که فعلاً آن‌ها را بیان نمی کنیم. اگر نیاز به آموزش این مباحث دارید در بخش نظرات به ما اطلاع دهید تا در زمان مناسب مبحث آموزشی آن را برای شما آماده کنیم.

۶- مراجع

Meriam, J. L. and Kraige, L. G. (2011). Engineering Mechanics Volume 1: Statics. 7th Ed. John Wiley and Sons Inc.