بسم الله الرحمن الرحیم

| جدول شناسنامه اثر | |
|---|---|
| کد آموزش | ۰۱۰-۰۰۱-۳۱۳ |
| عنوان اثر | آموزش استاتیک (Statics) – نیروهای گسترده بخش سوم |
| تالیف | گروه مهندسی سیویل ژئوتک (civilgeotech) |
| گردآورنده | مهندس سید محمد صادق آل‌محمد |
| آدرس سایت | https://civilgeotech.ir/ |
| ایمیل | info@civilgeotech.ir |
| نوع | فایل pdf |
| تعداد کل صفحات | ۷ صفحه |

فرهیخته گرامی:
بازنشر این فایل باعث تضییع حقوق مادی و معنوی سایت سیویل ژئوتک خواهد شد و کپی بخش یا تمام این اثر شرعا و قانونا حرام و ممنوع است.
لطفا فایل این آموزش را از سایت اصلی ما دریافت کنید.

# فهرست مطالب

نیروهای گسترده بخش سوم ..... ۲
۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند... ..... ۲
۲- مسائل ..... ۲
۲-۱- مسئله۷ ..... ۲
۲-۲- مسئله ۸ ..... ۶
۳- مراجع ..... ۶

CIVILGEOTECH

## نیروهای گسترده بخش سوم

### ۱- آنچه در این آموزش خواهیم خواند...

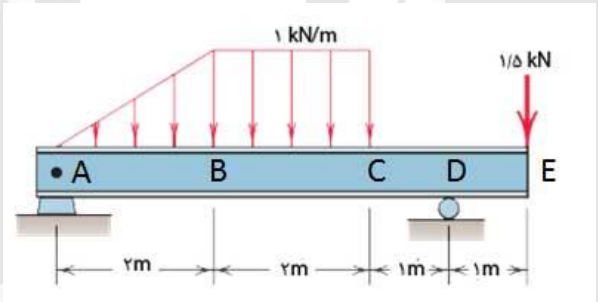
فصل پنجم از کتاب استاتیک مریام به بحث نیروهای گسترده پرداخته است. این فصل را در سه آموزش بررسی می‌کنیم. در این آموزش به حل مسئله رسم نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی می‌پردازیم. در آموزش نیروهای گسترده بخش اول مباحث مرکز جرم و مرکز هندسی را شرح دادیم. همچنین در آموزش نیروهای گسترده بخش دوم مباحث نیروهای خارجی و داخلی وارد به تیرها بررسی شد.

### ۲- مسائل

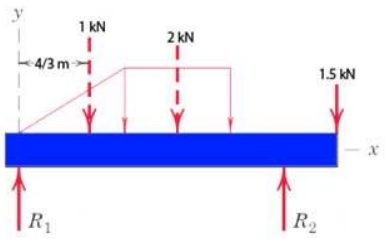
برای فهم بهتر حل مسائل می‌توانید به ویدیو مراجعه کنید.

### ۲-۱- مسئله۷

نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی را برای تیر بارگذاری شده شکل مقابل رسم کنید. ماکسیمم لنگر خمشی را بدست آورید و محل آن را نسبت به انتهای چپ تیر تعیین کنید.



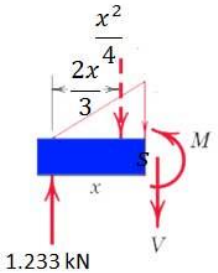

ابتدا عکس العمل‌های تکیه‌گاهی را با استفاده از رسم دیاگرام آزاد کل تیر و تبدیل نیروهای گسترده به متمرکز، تعیین می‌کنیم:

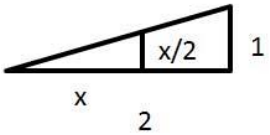



$$\curvearrowright^{+} \Sigma M_A = 0 \rightarrow 1 \times \frac{4}{3} + 2 \times 3 + 1.5 \times 6 - R_2 \times 5 = 0$$
$$\rightarrow R_2 = 3.27\ kN$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 3.27 - 1 - 2 - 1.5 + R_1 = 0 \rightarrow R_1 = 1.233\ kN$$

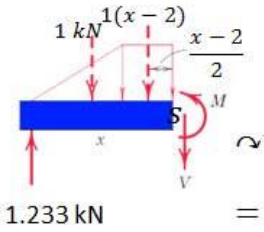
مقطع با طول x در محدوده $0 < x < 2m$




$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V = 1.233 - \frac{x^2}{4}$$
$$\curvearrowright^{+} \Sigma M_s = 0 \rightarrow M = 1.233x - \frac{x^2}{4} \times \frac{x}{3} = 1.233x - \frac{x^3}{12}$$

مقطع با طول x در محدوده $2 < x < 4m$



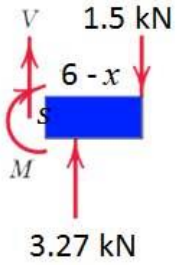

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V = 1.233 - 1 - (x-2) = 2.233 - x$$

$$\curvearrowright^{+} \Sigma M_s = 0 \rightarrow M = 1.233x - 1\left(x - \frac{2}{3} \times 2\right) - (x-2)\left(\frac{x-2}{2}\right)$$

$$= -0.667 + 2.233x - 0.5x^2$$

مقطع با طول x در محدوده $4 < x < 5m$

برای مقطع سمت راست تیر داریم:

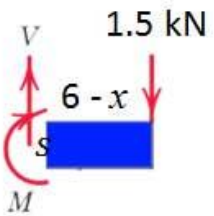



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V - 1.5 + 3.27 = 0 \rightarrow V = -1.77$$

$$\curvearrowright^{+} \Sigma M_s = 0 \rightarrow M + 1.5 \times (6-x) - 3.27(6-x-1) = 0 \rightarrow M = 7.33 - 1.767x$$

مقطع با طول x در محدوده $5 < x < 6m$

برای مقطع سمت راست تیر داریم:




$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V = 1.5$$

$$\curvearrowright^{+} \Sigma M_s = 0 \rightarrow M = -1.5 \times (6-x) = -9 + 1.5x$$

در مقطع با طول x در محدوده $0 < x < 2m$ با توجه به محاسبات قبل داریم:

$$V = 1.233 - \frac{x^2}{4} \qquad M = 1.233x - \frac{x^3}{12}$$

حال با جایگذاری مقادیر x در دو معادله بالا داریم:

| M | V | x |
|---|---|---|
| 0 | 1.233 | 0 |
| 1.8 | 0.233 | 2 |

با توجه به اینکه نمودار بار صعودی است بنابراین تقعر نمودار برش رو به پایین خواهد بود. چون مقدار بار مثبت است نمودار برش نزولی خواهد بود. همچنین نمودار بار خط است پس نمودار برش سهمی درجه ۲ خواهد بود. نمودار برش درجه۲ است پس نمودار خمش درجه۳ خواهد بود. نمودار برش کاهشی است پس تقعر نمودار خمش رو به پایین خواهد بود.

در مقطع با طول x در محدوده $2 < x < 4m$ با توجه به محاسبات قبل داریم:

$$V = 2.233 - x \quad M = -0.667 + 2.233x - 0.5x^2$$

حال با جایگذاری مقادیر x در دو معادله بالا داریم:

| M | V | x |
|---|---|---|
| 1.8 | .233 | 2 |
| .265 | -1.77 | 4 |

چون نمودار بار مثبت است بنابراین نمودار برش نزولی خواهد بود. نمودار بار ثابت است پس نمودار برش خطی است. نمودار برش خطی است در نتیجه نمودار خمش درجه۲ خواهد بود. نمودار برش کاهشی است پس تقعر نمودار خمش رو به پایین خواهد بود.

ماکسیمم مقدار نمودار لنگر خمشی جایی است که مقدار برش برابر صفر باشد. بنابراین معادله برش را برابر صفر قرار داشته تا محل آن x حاصل شود و مقدار آن در معادله خمش گذاشته تا ماکسیمم لنگر حاصل گردد. داریم:

$$0 = 2.233 - x \rightarrow x = 2.233$$

$$x = 2.233 \rightarrow M = 1.83$$

گشتاور خمشی را نیز می‌توان با گرفتن انتگرال از نیروی برشی در بازه 0-x محاسبه کرد.

در مقطع با طول x در محدوده $4 < x < 5m$ با توجه به محاسبات قبل داریم:

$$V = -1.77 \quad M = 7.33 - 1.767x$$

حال با جایگذاری مقادیر x در دو معادله بالا داریم:

| M | V | x |
|---|---|---|
| .265 | -1.77 | 4 |
| -1.5 | -1.77 | 5 |

مقدار بار صفر است پس نمودار برش ثابت است. نمودار برش ثابت است بنابراین نمودار خمش خطی خواهد بود.

در مقطع با طول x در محدوده $5 < x < 6m$ با توجه به محاسبات قبل داریم:

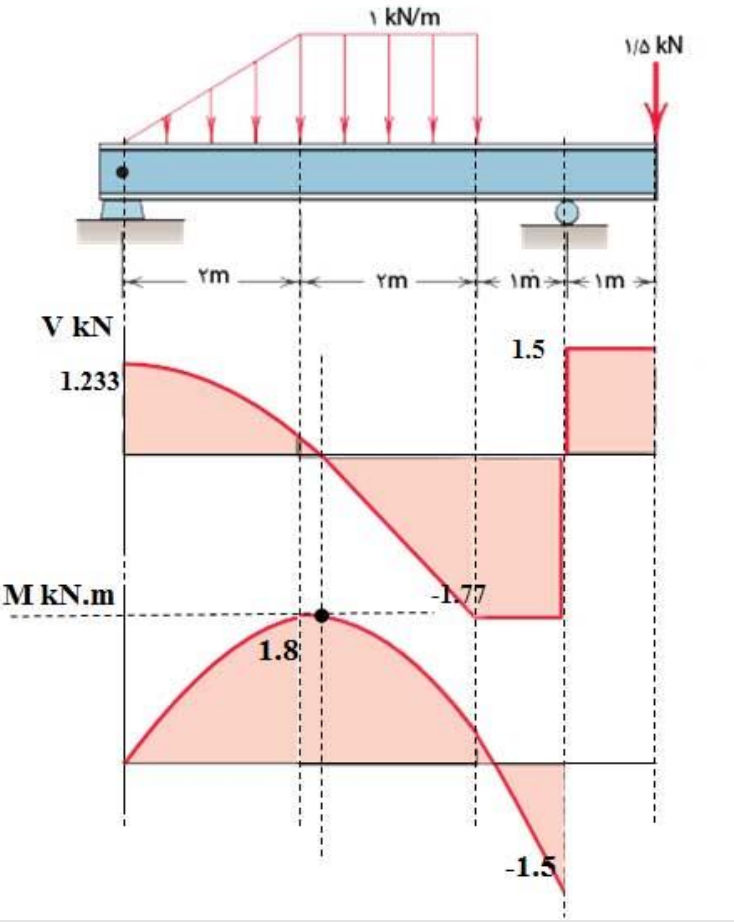
$$V = 1.5 \quad M = -9 + 1.5x$$

حال با جایگذاری مقادیر x در دو معادله بالا داریم:

| M | V | x |
|---|---|---|
| -1.5 | 1.5 | 5 |
| 0 | 1.5 | 6 |

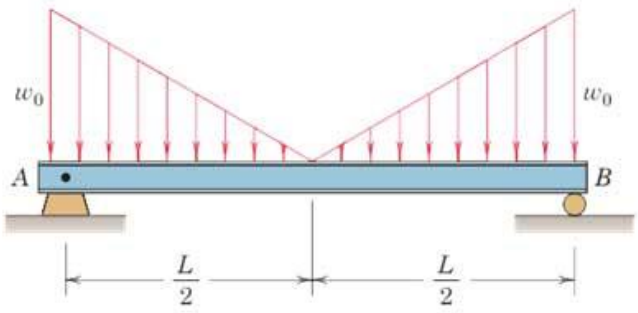
در محل ناپیوستگی نمودار، مقدار عکس العمل تکیه‌گاه با مقدار برش جمع می‌شود (1.5=3.27+1.77-). همچنین بار متمرکز انتهایی مقدار منفی دارد بنابراین: (0=1.5-1.5). در ادامه نمودار برش ثابت است پس نمودارخمش خطی خواهد بود.

حال با اطلاعات بالا نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی به شکل زیر رسم می‌گردد.



## ۲-۲- مسئله ۸

نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی را برای تیر بارگذاری شده شکل مقابل رسم کنید. ماکسیمم لنگر خمشی را بدست آورید.




برای مشاهده حل این سوال به صفحه آموزش (حل تمرین استاتیک تمامی فصل‌ها) مراجعه کنید.

ادامه مباحث این فصل در مورد کابل‌های انعطاف‌پذیر و استاتیک سیالات مطرح می‌شود. همچنین موضوع فصل ششم کتاب استاتیک مریام نیز اصطکاک و موضوع فصل هفتم نیز کار مجازی می‌باشد، که فعلا آن‌ها را بیان نمی‌کنیم. اگر نیاز به آموزش این مباحث دارید در بخش نظرات به ما اطلاع دهید تا در زمان مناسب مبحث آموزشی آن را برای شما آماده کنیم.

## ۳- مراجع

Meriam, J. L.  and Kraige, L. G. (2011). Engineering Mechanics Volume 1: Statics. 7th Ed. John Wiley and Sons Inc.

CIVILGEOTECH